

FSC JUNIOR SCIENCE HUB 2026

Proba - Matematică clasa a XII-a

Profil Real - Varianta 1

Timpul de lucru este de două ore

Partea I - Încercuțiți răspunsul corect(6 puncte)

- 1p Rezultatul calculului $6 \cdot (3 + \sqrt{75}) - 10 \cdot \sqrt{27}$ este:
A) 30 B) 18 C) $9 + \sqrt{3}$ D) $3 + \sqrt{3}$
- 1p Fie funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -3 \cdot x + 4$. Aflați valoarea numărului real a pentru care $f(a) = 5$.
A) 3 B) $\frac{1}{3}$ C) -6 D) 7
- 1p Un calculator costă 2500 lei. Care va fi prețul calculatorului după o ieftinire cu 10 %?
A) 2750 lei B) 2410 lei C) 2250 lei D) 2550 lei
- 1p Se consideră punctele $A(0, 8)$ și $B(6, 0)$. Care este distanța de la punctul O la latura AB ?
A) 4.8 B) 19 C) 0.25 D) 5.2
- 1p Soluția ecuației $2026^{-7 \cdot x + 2} = 2026^{3 \cdot x - 18}$ este:
A) -5 B) 5 C) 2 D) 7
- 1p În triunghiul MNP dreptunghic în M , $m(\angle MNP) = 30^\circ$, iar $MP = 5$ cm. Lungimea ipotenuzei PN este:
A) $\frac{10 \cdot \sqrt{3}}{3}$ cm B) $10 \cdot \sqrt{3}$ cm C) 10 cm D) 15 cm

Partea a II-a - Scrieți rezolvările complete (3 puncte)

- 1p Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} x-3 & 1 \\ 1 & x-3 \end{pmatrix}$, unde $x \in \mathbb{R}$ iar $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
 - a) Determinați numerele reale x pentru care $\det(A) = 0$.
 - b) Pentru $x = 5$, calculați matricea $B = A^2 - 2 \cdot A + I_2$ și apoi determinați matricea $X \in M_2(\mathbb{R})$ cu proprietatea că $A \cdot X = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$.



2. 1p Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x^2 + 4}{x^2 - 4}$.
- a) Arătați că $f'(x) = \frac{-16 \cdot x}{(x^2 - 4)^2}, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$.
- b) Stabiliți intervalele de monotonie ale funcției f și determinați asimptota orizontală spre $+\infty$ la graficul funcției f .
3. 1p Se consideră funcțiile $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 3 \cdot x - 1, g(x) = x^2 - x + 1$.
- a) Verificați dacă g este o primitivă a funcției f .
- b) Calculați $\int_0^1 f(x) dx$ și stabiliți dacă $\int_0^2 (g(x) + 2 \cdot x - 1) dx < 2$.



FSC JUNIOR SCIENCE HUB 2026

Proba - Matematică clasa a XII-a

Profil Real - Varianta 1

Soluții

Partea I

1	$6 \cdot (3 + \sqrt{75}) - 10 \cdot \sqrt{27} = 6 \cdot (3 + 5 \cdot \sqrt{3}) - 10 \cdot 3 \cdot \sqrt{3} = 18 + 30 \cdot \sqrt{3} - 30 \cdot \sqrt{3} = 18$	B)
2	$f(a) = -5 \Rightarrow -3 \cdot a + 4 = -5 \Rightarrow a = 3$	A)
3	Reducerea este $\frac{10}{100} \cdot 2500 \text{ lei} = 250 \text{ lei} \Rightarrow$ prețul final este $2500 \text{ lei} - 250 \text{ lei} = 2250 \text{ lei}$	C)
4	$AB = \sqrt{8^2 + 6^2} \Rightarrow AB = 10 \Rightarrow \text{Dist}(O, AB) = \frac{OA \cdot OB}{AB} = \frac{8 \cdot 6}{10} \Rightarrow \text{Dist}(O, AB) = 4.8$	A)
5	Din injectivitatea funcției exponențiale $\Rightarrow -7 \cdot x + 2 = 3 \cdot x - 18 \Rightarrow x = 2$	C)
6	În triunghiul dreptunghic MPN, $\sin \angle(MNP) = \frac{PM}{PN} \Leftrightarrow \Leftrightarrow \sin(30^\circ) = \frac{5}{PN} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{5}{PN} \Rightarrow PN = 10 \text{ cm}$	C)

Partea a II-a

1	a)	$det(A) = (x - 3)^2 - 1 = x^2 - 6 \cdot x + 8$	0.25p
		$x^2 - 6 \cdot x + 8 = 0 \Rightarrow x \in \{2, 4\}$	0.25p
	b)	$x = 5 \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}, 2A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow$	0.25p
		$B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$	
		<p>Fie $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \Rightarrow A \cdot X = \begin{pmatrix} 2 \cdot a + c & 2 \cdot b + d \\ a + 2 \cdot c & b + 2 \cdot d \end{pmatrix} =$</p> $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2 \cdot a + c = -1 \\ 2 \cdot b + d = 0 \\ a + 2 \cdot c = 1 \\ b + 2 \cdot d = -3 \end{cases} \Rightarrow a = -1, b = 1, c = 1, d = -2$	0.25p
2	a)	$f'(x) = \frac{(x^2 + 4)' \cdot (x^2 - 4) - (x^2 + 4) \cdot (x^2 - 4)'}{(x^2 - 4)^2} =$	0.25p
		$= \frac{-16 \cdot x}{(x^2 - 4)^2}, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$	0.25p
	b)	$f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0$	
		$f'(x) > 0, \forall x \in (-\infty, -2) \cup (-2, 0) \Rightarrow f$ este crescătoare pe $(-\infty, -2) \cup (-2, 0)$	
		și $f'(x) \leq 0, \forall x \in [0, 2) \cup (2, \infty) \Rightarrow f$ este descrescătoare pe $[0, 2) \cup (2, +\infty)$	0.25p
		$y = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 4}{x^2 - 4} = 1 \Rightarrow$ dreapta de ecuație $y = 1$ este asimptotă orizontală spre $+\infty$ la G_f	0.25p
3	a)	$g'(x) = 2 \cdot x - 1, \forall x \in \mathbb{R}$	0.25p
		$f(x) \neq g'(x), \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow g$ nu este o primitivă a funcției f	0.25p
	b)	$\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (3 \cdot x - 1) dx = 3 \cdot \frac{x^2}{2} \Big _0^1 - x \Big _0^1 = \frac{1}{2}$	0.25p
		$\int_0^2 (g(x) + 2 \cdot x - 1) dx = \int_0^2 (x^2 + x) dx = \frac{x^3}{3} \Big _0^2 - \frac{x^2}{2} \Big _0^2 = \frac{2}{3} < 2$	0.25p

FSC JUNIOR SCIENCE HUB 2026

Proba - Matematică clasa a XII-a

Profil Real - Varianta 2

Timpul de lucru este de două ore

Se acordă 1 punct din oficiu

Partea I: Încercuiți răspunsul corect (6 puncte)

- 1p Determinați numere reale a, b pentru care $(a + 4)^2 + (5b - 10)^2 = 0$.
A) $\{a = 4, b = -2\}$ B) $\{a = -4, b = 2\}$ C) $\{a = 4, b = -5\}$ D) $\{a = 4, b = 5\}$
- 1p Se consideră funcțiile $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x) = 5x + 9$ și $g(x) = x^2 + 4x - 3$.
Determinați numărul real x pentru care $f(x) = g(x)$.
A) $x \in \{-3, -4\}$ B) $x \in \{-3, 4\}$ C) $x \in \{2, 4\}$ D) $x \in \{3, -4\}$
- 1p Determinați numărul real m pentru care graficul funcției $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,
 $f(x) = 3x^2 - mx + m + 3$ conține punctul $A(2, 10)$.
A) $m = 5$ B) $m = -5$ C) $m = 25$ D) $m = -25$
- 1p După o ieftinire cu 45%, un produs costă 110 lei. Determinați prețul
produsului înainte de ieftinire.
A) 200 lei B) 169.23 lei C) 60.5 lei D) 220 lei
- 1p Se consideră triunghiul ABC, cu aria egală cu 40, $m\angle A = 30^\circ$ și $AC = 16$.
Determinați lungimea laturii AB.
A) $AB = 8$ B) $AB = 16$ C) $AB = 10$ D) $AB = 15$
- 1p Calculați $\cos x$ știind că $\sin x = \frac{2}{3}$, $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.
A) $\frac{5}{9}$ B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{\sqrt{5}}{3}$

Partea a II-a - Scrieți rezolvările complete (3 puncte)

- 1p Se consideră matricele

$$A(a) = \begin{pmatrix} a+4 & 2a \\ 3a & a+4 \end{pmatrix}, a \in \mathbb{R}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$



- (a) Arătați că $\det A(2) = 12$.
- (b) Determinați $a \in \mathbb{R}$, astfel încât $A(a) = B \cdot B + 2C$.
2. 1p Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = x^2 + 2xy + y^2$.
- (a) Arătați că $1 * (-2) = 1$.
- (b) Determinați numărul real m pentru care $m * m = 36$.
3. 1p Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x^3 + 6x^2 + 5$.
- (a) Arătați că $f'(x) = 12x(x + 1)$, $x \in \mathbb{R}$.
- (b) Să se calculeze $\int f(x)dx$.

FSC JUNIOR SCIENCE HUB 2026

Proba - Matematică clasa a XII-a

Profil Real - Varianta 2

Soluții

Partea I

1	$a + 4 = 0 \Rightarrow a = -4$ și $5b - 10 = 0 \Rightarrow b = 2$	B)
2	$f(x) = g(x) \Rightarrow x^2 - x - 12 = 0 \Rightarrow \Delta = 49 \Rightarrow x_1 = 4$ și $x_2 = -3$	B)
3	$A(2, 10) \in Gf \Rightarrow f(2) = 10 \Rightarrow 15 - m = 10 \Rightarrow m = 5$	A)
4	$x - \frac{45}{100}x = 110 \Leftrightarrow x - \frac{9x}{20} = 110 \Leftrightarrow 11x = 2200 \Rightarrow x = 200$ lei	A)
5	$A_{\Delta ABC} = \frac{AC \cdot AB \cdot \sin(A)}{2} \Leftrightarrow 40 = \frac{16 \cdot AB \cdot \sin(30^\circ)}{2} \Leftrightarrow$ $40 = 8 \cdot AB \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow AB = 10$	C)
6	$\sin^2(x) + \cos^2(x) = 1 \Rightarrow \frac{4}{9} + \cos^2(x) = 1 \Rightarrow \cos^2(x) = \frac{5}{9}, x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow$ $\cos(x) = \frac{\sqrt{5}}{3}$	D)

Partea a II-a

1	a)	$A(2) = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}$	0.25p
		$\det(A(2)) = 36 - 24 = 12$	0.25p
	b)	$B \cdot B + 2C = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 6 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}$	0.25p
		$A(a) = B \cdot B + 2C \Rightarrow \begin{pmatrix} a+4 & 2a \\ 3a & a+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 6 & 6 \end{pmatrix} \Rightarrow a = 2$	0.25p
2	a)	$1 * (-2) = 1^2 + 2 \cdot 1 \cdot (-2) + (-2)^2 = 1 - 4 + 4 = 1$	0.5p
	b)	$m * m = 36 \Rightarrow m^2 + 2m^2 + m^2 = 36 \Rightarrow$	0.25p
		$4 \cdot m^2 = 36 \Rightarrow m^2 = 9 \Rightarrow m \in \{\pm 3\}$	0.25p
3	a)	$f'(x) = 12x^2 + 12x = 12x(x + 1), \forall x \in \mathbb{R}$	0.5p
	b)	$\int f(x) dx = \int (4x^3 + 6x^2 + 5) dx = 4 \cdot \frac{x^4}{4} + 6 \cdot \frac{x^3}{3} + 5x + C =$	0.25p
		$= x^4 + 2x^3 + 5x + C, C \in \mathbb{R}$	0.25p