FSC JUNIOR SCIENCE HUB 2026

Proba - Matematică clasa a XI-a
Profil Real - Varianta 1
Timpul de lucru este de două ore

Partea I - Încercuiți răspunsul corect (6 puncte)

1. $\boxed{1\text{p}}$ Rezultatul calculului $(3+\sqrt{2})\cdot\sqrt{2}-3\cdot\sqrt{2}+4$ este:

   A) 6 B) 10 C) 11 D) $\sqrt{2}$

2. $\boxed{1\text{p}}$ Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=3\cdot x+6$. Valoarea numărului real $f(0)+f(2)$ este:

   A) 10 B) 12 C) 6 D) 18

3. $\boxed{1\text{p}}$ Soluția reală a ecuației $\sqrt{3\cdot x+1}-11=0$ este:

   A) 40 B) 30 C) 10 lei D) 12

4. $\boxed{1\text{p}}$ Se consideră punctele $A(2,3)$ $B(5,6)$ și $C(6,2)$. Triunghiul ABC este:

   A) dreptunghic B) echilateral C) isoscel D) oarecare

5. $\boxed{1\text{p}}$ Prețul unui obiect este 400 lei. După o ieftinire cu 25% prețul obiectului va fi:

   A) 300 lei B) 250 lei C) 410 lei D) 350 lei

6. $\boxed{1\text{p}}$ Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A, cu AC=4 cm și $m(\angle C)=60^o$. Lungimea laturii BC este:

   A) 7 cm B) 8 cm C) 10 cm D) 9 cm

Partea a II-a - Scrieți rezolvările complete (3 puncte)

1. $\boxed{1\text{p}}$ Se consideră matricele $A(x)=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & x\end{pmatrix}$, unde $x\in\mathbb{R}$ și $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$.

   a) Arătați că $det(A(3))=1$.

   b) Determinați $x\in\mathbb{R}$ cu proprietatea că $A(x)\cdot A(x)=3\cdot I_2$.

2. $\boxed{1\text{p}}$ Se consideră funcția $f:(1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\dfrac{5\cdot x-2}{x-1}$.

a) Arătați că $f'(x) = -\dfrac{3}{(x-1)^2}$, $\forall x \in (1, +\infty)$.

b) Studiați monotonia funcției f și determinați $f''(x)$.

3. $\boxed{1\text{p}}$ Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 3 \cdot x^2 + 5 \cdot x - 2$.

a) Rezolvați inecuația $3 \cdot x^2 + 5 \cdot x - 2 \leq 0$.

b) Determinați punctele de intersecție dintre graficul funcției f și axa ox și valoarea minimă a funcției f.

FSC JUNIOR SCIENCE HUB 2026

Proba - Matematică clasa a XI-a

Profil Real

Soluţii

Partea I

1	$(3+\sqrt{2})\cdot\sqrt{2}-3\cdot\sqrt{2}+4=3\cdot\sqrt{2}+2-3\cdot\sqrt{2}+4=6$	A)
2	$f(0)+f(2)=6+3\cdot 2+6=18$	D)
3	Condiţie de existenţă: $3x+1\geq 0\Rightarrow x\geq -\frac{1}{3}\Rightarrow D:=\left[-\frac{1}{3},\infty\right)$ $\sqrt{3\cdot x+1}-11=0\Rightarrow\sqrt{3\cdot x+1}=11\Big\vert^2\Rightarrow 3\cdot x+1=121\Rightarrow x=40\in D$	A)
4	$AB=\sqrt{(5-2)^2+(6-3)^2}\Rightarrow AB=3\sqrt{2}$ $AC=\sqrt{(6-2)^2+(2-3)^2}\Rightarrow AC=\sqrt{17}$ $BC=\sqrt{(6-5)^2+(2-6)^2}\Rightarrow BC=\sqrt{17}$ $\Rightarrow AC=BC\Rightarrow$ Triunghiul ABC este isoscel	C)
5	Reducerea este $\frac{25}{100}\cdot 400$ lei $=100$ lei $\Rightarrow$ preţul final este 400 lei$-$100 lei $=300$ lei	A)
6	În triunghiul dreptunghic ABC, $\angle(ACB)=60^o\Rightarrow\angle(ABC)=30^o\Rightarrow AC=\frac{BC}{2}$ (cateta opusă unghiului de 30^o este jumătate din ipotenuză) $\Rightarrow BC=8$ cm	B)

Partea a II-a

1	a)	$A(3)=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 2 & 3\end{pmatrix} \Rightarrow det(A(3))=3-2=1$	0.50p
	b)	$A(x)\cdot A(x)=3\cdot I_3 \Leftrightarrow \begin{pmatrix}3 & 1+x\\ 2+2\cdot x & 2+x^2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & 0\\ 3 & 0\end{pmatrix} \Rightarrow$ $\begin{cases}1+x=0\\ 2+2\cdot x=3\\ 2+x^2=3\end{cases} \Rightarrow x=-1$	0.25p 0.25p
2	a)	$f'(x)=\dfrac{(5\cdot x-2)'\cdot(x-1)-(5\cdot x-2)\cdot(x-1)'}{(x-1)^2}=$ $=-\dfrac{3}{(x-1)^2}, \forall x\in(1,\infty)$	0.25p 0.25p
	b)	$f'(x)<0, \forall x\in(1,+\infty) \Rightarrow$ f este descrescătoare pe $(1,+\infty)$ $f''(x)=\left[-\dfrac{3}{(x-1)^2}\right]'=[-3\cdot(x-1)^{-2}]'=(-3)\cdot(-2)(x-1)^{-3} \Rightarrow$ $f''(x)=\dfrac{6}{(x-1)^3}, \forall x\in(1,\infty)$	0.25p 0.25p
3	a)	$3\cdot x^2+5\cdot x-2=0 \Rightarrow x_1=-2, x_2=\dfrac{1}{3};$ $x^2+5x-2\leq 0, \forall x\in\left[-2,\dfrac{1}{3}\right]$ (conform semnului funcţiei de gradul al II-lea)	0.25p 0.25p
	b)	$G_f\cap Ox: f(x)=0 \Rightarrow x_1=-2, x_2=\dfrac{1}{3} \Rightarrow$ $G_f\cap Ox=\left\{A(-2,0), B\left(\dfrac{1}{3},0\right)\right\}$ Metoda 1: $a=3>0 \Rightarrow f_{\min}=y_V=-\dfrac{\Delta}{4\cdot a} \Rightarrow f_{min}=\dfrac{49}{12}$ Sau Metoda 2: $f'(x)=6\cdot x+5; f'(x)=0 \Rightarrow x=-\dfrac{5}{6}$ $f'(x)\leq 0, \forall x\in\left(-\infty,-\dfrac{5}{6}\right] \Rightarrow f(x)$ descrescătoare pe $\left(-\infty,-\dfrac{5}{6}\right]$, $f'(x)>0, \forall x\in\left(-\dfrac{5}{6},\infty\right) \Rightarrow f(x)$ crescătoare pe $\left(-\dfrac{5}{6},\infty\right)$ Deci $f_{min}=f\left(-\dfrac{5}{6}\right)=\dfrac{49}{12}$.	0.25p 0.25p

UNIVERSITATEA DE ŞTIINŢE AGRICOLE ŞI MEDICINĂ VETERINARĂ CLUJ-NAPOCA
Calea Mănăştur 3-5, 400372, Cluj-Napoca
Tel: +40-374-492.010 Fax +40-264-593.792
usamvcluj.ro

FSC JUNIOR SCIENCE HUB 2026

Proba - Matematică clasa a XI-a
Profil Real - Varianta 2
Timpul de lucru este de două ore

Se acordă 1 punct din oficiu

Partea 1: Încercuiţi răspunsul corect (6 puncte)

1. $\boxed{\text{1p}}$ Calculaţi $\left(1-\frac{1}{4}\right)^2+\frac{7}{16}$.

   A) 2 B) $-\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{8}$ D) 1

2. $\boxed{\text{1p}}$ Preţul unui produs după o scumpire cu 20% este de 300 lei. Determinaţi preţul înainte de scumpire.

   A) 350 lei B) 300 lei C) 250 lei D) 375 lei

3. $\boxed{\text{1p}}$ Fie funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=x^2-4x+3$. Determinaţi $a\in\mathbb{R}$, pentru care $f(a)+1=f(1)$.

   A) -2 B) 0 C) 2 D) $\{-2,2\}$

4. $\boxed{\text{1p}}$ Calculaţi $2\cdot sin(60°)-3\cdot tg(30°)$.

   A) $1-\sqrt{3}$ B) $1-3\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{3}$ D) 0

5. $\boxed{\text{1p}}$ Se consideră triunghiul ABC cu $AB=6, BC=4, m(\angle ABC)=30°$. Determinaţi aria triunghiului.

   A) 6 B) 12 C) 24 D) $6\sqrt{3}$

6. $\boxed{\text{1p}}$ Se consideră punctele $A(-3,4), B(-3,0)$ şi $C(0,4)$. Calculaţi perimetrul triunghiului ABC.

   A) 10 B) 12 C) 6 D) 14

Partea a II-a - Scrieţi rezolvările complete (3 puncte)

1. $\boxed{1\text{p}}$ Se consideră matricele

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, M(x) = I_2 + xA, x \in \mathbb{R}.$$

   (a) Arătaţi că $\det(A) = 6$.

   (b) Demonstraţi că $M(x) = \begin{pmatrix} 1+x & -2x \\ 3x & 1 \end{pmatrix}, x \in \mathbb{R}$.

2. $\boxed{1\text{p}}$ Se consideră funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$.

   (a) Arătaţi că $f'(x) = 6x(x-1), \forall x \in \mathbb{R}$.

   (b) Determinaţi intervalele de monotonie ale funcţiei f.

3. $\boxed{1\text{p}}$ Fie sistemul

$$\begin{cases} x + 2y + mz = 5 + m \\ 2x - y + 2z = 2 \\ mx + y - (m+1)z = 1 \end{cases}, m \in \mathbb{R}$$

   şi A matricea asociată sistemului,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & m \\ 2 & -1 & 2 \\ m & 1 & -(m+1) \end{pmatrix}, m \in \mathbb{R}.$$

   (a) Demonstraţi că sistemul admite soluţia $(1, 2, 1), \forall m \in \mathbb{R}$.

   (b) Determinaţi $m \in \mathbb{R}$ astfel încât $\det(A) = 3$.

FSC JUNIOR SCIENCE HUB 2026

Proba - Matematică clasa a XI-a

Profil Real - Varianta 2

Soluţii

Partea I

1	$\left(\frac{3}{4}\right)^2 + \frac{7}{16} = \frac{16}{16} = 1$	D)
2	$x + \frac{20}{100}x = 300 \Leftrightarrow x + \frac{x}{5} = 300 \Leftrightarrow 6x = 1500 \Rightarrow x = 250$ lei	C)
3	$f(a) + 1 = f(1) \Leftrightarrow a^2 - 4a + 3 + 1 = 1 - 4 + 3 \Leftrightarrow a^2 - 4a + 4 = 0 \Leftrightarrow (a-2)^2 = 0 \Rightarrow a = 2$	C)
4	$2 \cdot sin(60°) - 3 \cdot tg(30°) = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3} - \sqrt{3} = 0$	D)
5	$A_{\Delta ABC} = \frac{AB \cdot BC \cdot sin(ABC)}{2} = \frac{6 \cdot 4 \cdot sin(30°)}{2} = 12 \cdot \frac{1}{2} = 6$	A)
6	$AB = \sqrt{((-3-(-3))^2 + (0-4)^2} = 4$ $AC = \sqrt{((0-(-3))^2 + (4-4)^2} = 3$ $BC = \sqrt{((0-(-3))^2 + (4-0)^2} = 5$ $P = 12$	B)

Partea a II-a

1	a)	$det(A) = 1 \cdot 0 - (-2) \cdot 3 = 6$	0.5p
	b)	$M(x) = I_2 + xA \Leftrightarrow M(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x & -2x \\ 3x & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$ $\Rightarrow M(x) = \begin{pmatrix} 1+x & -2x \\ 3x & 1 \end{pmatrix}, x \in \mathbb{R}$	0.25p 0.25p
2	a)	$f'(x) = 2 \cdot 3 \cdot x^2 - 3 \cdot 2 \cdot x = 6x^2 - 6x = 6x(x-1), \forall x \in \mathbb{R}$	0.5p
	b)	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 6x(x-1) = 0 \Rightarrow x = 0$ sau $x = 1$ $f'(x) \geq 0, \forall x \in (-\infty, 0] \cup [1, \infty) \Rightarrow f$ crescătoare pe $(-\infty, 0] \cup [1, \infty)$ $f'(x) < 0, \forall x \in (0,1) \Rightarrow f$ descrescătoare pe $(0,1)$	0.25p 0.25p 0.25p
3	a)	$(1,2,1)$ soluţie a sistemului $\begin{cases} x + 2y + mz = 5 + m \\ 2x - y + 2z = 2 \\ mx + y - (m+1)z = 1 \end{cases}, m \in \mathbb{R} \Rightarrow$ $\begin{cases} 1 + 4 = m = 5 + m \\ 2 - 2 + 2 = 2 \\ m + 2 - m - 1 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5 + m = 5 + m \text{ "A"} \\ 2 = 2 \text{ "A"} \\ 1 = 1 \text{ "A"} \end{cases}$	0.25p 0.25p
	b)	$det(A) = m^2 + 11m + 3$ $det(A) = 3 \Leftrightarrow m^2 + 11m + 3 = 3 \Leftrightarrow m^2 + 11m = 0 \Leftrightarrow$ $m(m+11) = 0 \Rightarrow m = 0$ sau $m = -11$	0.25p 0.25p